

評價含解約選擇權及長期照護之夫妻共保反向房屋貸款

研究生：鄭亦玟

指導教授：戴天時

研究背景

研究背景

世界上大多數已開發國家已進入高齡化社會，老年人口的照護成為重要議題。當老年人不再具有工作能力，子女很可能無法負擔養老金，這就造成老年人空有房產卻無生活費度日的窘境。而反向房屋貸款可讓屋主透過抵押名下房地產給銀行，換取每個月的年金，使得借款人可同時住在自己房屋又有生活費可花用。



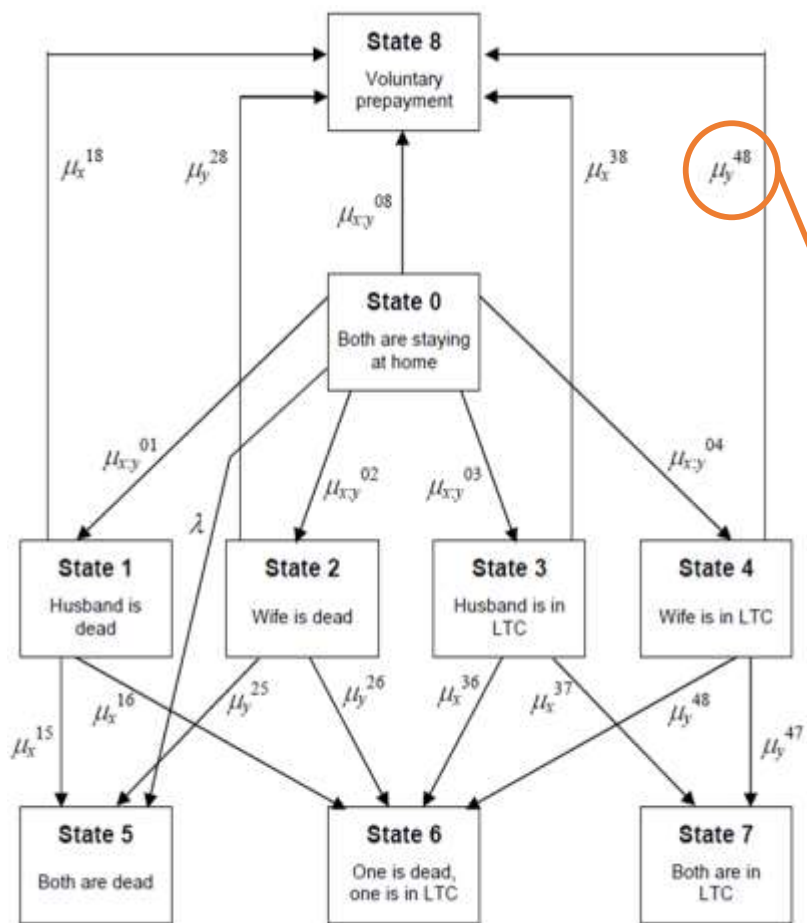
資料來源：國家發展委員會

https://www.ndc.gov.tw/Content_List.aspx?n=D527207EEEF59B9B

過往文獻

- Min Ji(2011)

此文獻考慮夫妻共保 RM 合約三種終止狀況：死亡、進入長照中心、自願提前解約，主要探討其對英國、美國保險 NNEG (non-negative equity guarantee) 定價的影響。



x : 妻年齡

y : 夫年齡

μ^{ab} : 從狀態a到狀態b的transition intensity

State 8 : 自願提前解約

在夫y歲時，由狀態4轉換到狀態8的機率

也就是給定夫在家、妻在LTC情況，

此文獻外生引用歷史資料， 給出以合約年推估的自願提前解約機率

Contract year	Remortgaging rate
1-2	1.0%
3	2.0%
4-5	2.5%
6-8	2.0%
9-10	1.0%
11-20	0.5%
21+	0.25%

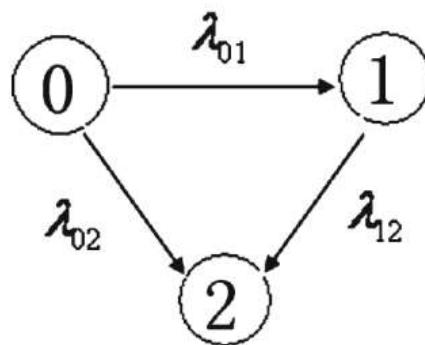
然而以機率來描述解約與否是有問題的
這篇論文只以合約年推估提前解約的機率，
但解約與否應該要考慮房價利率變動，
依當下累積欠款金額決定解約是否有利，
若使用機率表示可能會造成解約明明不利卻仍然選擇解約的情況。

我的論文改良這部分， 以借款人的最適策略判斷解約選擇權的履約與否。

- Yugu Xiao(2011)

此篇論文主要針對RM+LTC的定價，站在保險公司立場，假設保險公司為絕對風險趨避，且只會面臨貸款人進入長照中心的風險和房價下跌的風險。假設利率固定不變，房價使用幾何布朗運動。

此論文在分析具有LTC的case時採用三階段馬可夫鍊來表示：



0：健康
1：進入長照中心
2：死亡

λ_{jk} ：從 j 進入到 k 的轉換機率

然而其為簡化模型，假設階段1時的年金為階段0時的兩倍，且假設利率固定不變

我的論文改良這部分，設定借款人進入長照中心時給予長照費用，且在利率部分採用Hullwhite的模型。

- 馬少鈞(2021)

學長論文主要評價具有提前還款選擇權的RM並考慮借款人進LTC的費用，分為以下兩種case去計算可貸成數：

1. 將身體健康狀況分為六種：

健康、輕度殘障、中度殘障、重度殘障、極重度殘障、死亡

2. 將身體健康狀況分為三種：

有自理能力、無自理能力、死亡

合約假設借款人在進入無自理能力時會進入長照中心，費用由合約一次性支付。

- 黃品翰(2020)

學長論文主要評價夫妻共保的RM並允許借款人提前解約，假設夫妻死亡率具有相關性，以Copula造出兩人的狀態轉換機率，計算出公平可貸成數。

我的論文將兩者結合，以夫妻共保為出發點，將夫妻身體狀況皆分為三種，並考慮進入LTC的費用，評價允許提前解約的RM，且規定只能在兩人皆有自理能力的情況下能選擇解約。

定義變數

- 考慮進長照中心成本=>躉繳額
- 考慮是否解約=> Value Gain . Value Loss
- 公平定價公式=>Lender Loss. Net Equity. Mortgage Insurance Premium
=>Loan Balance
- 考慮夫妻共保=>轉換機率

- 考慮進長照中心成本=>躉繳額

進入長照中心以後每年年底給付的長照金額折現到進入無自理能力當期一次性給付

$$A_{M,t} = c \times compensation + P_{M,I \rightarrow I} \times V \times A_{M,t+1}$$

$$A_{W,t} = c \times compensation + P_{W,I \rightarrow I} \times V \times A_{W,t+1}$$

c ：無自理能力的補償比例

$compensation$ ：借款人在長照中心每期收到的補償金

$P_{M,I \rightarrow I}$ 、 $P_{W,I \rightarrow I}$ ：男性、女性在第 t 期為無自理能力，第 $t+1$ 仍為無自理能力的機率

V ：折現因子

- 考慮是否解約=> Value Gain . Value Loss

以借款人最適選擇作為解約選擇權履約標準

Value Gain：解約當下獲得的價值

Value Loss：解約當下損失的價值

- 公平定價公式

貸款人的期望損失：

- Lender Loss (LL)

貸款人的期望利益：

- Net Equity (NE)
- Mortgage Insurance Premium (MIP)

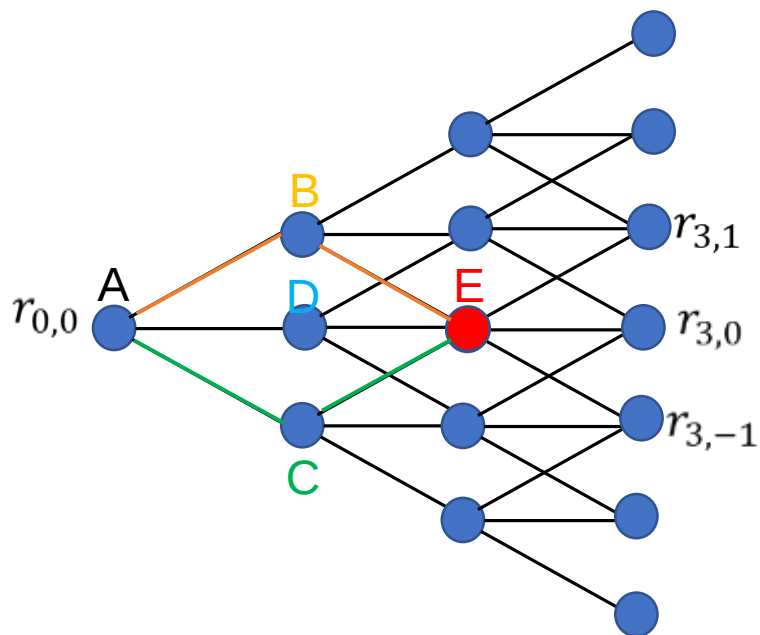
$$\Rightarrow LL = NE + MIP$$

Loan Balance 累積貸款金額

本期累積貸款金額 L_t = 上期累積貸款金額 L_{t-1} 複利 + 本期保費 + 本期年金 + 相應躉繳額
 本期保費 = 上期累積金額複利乘保險費率

$$L_{t,b} = L_{t-1,a} * e^{r_{t-1}\Delta t} + L_{t-1,a} * e^{r_{t-1}\Delta t} * \pi\Delta t + mH_0\Delta t + AI4_{a \rightarrow b}$$

$$= mH_0\Delta t + L_{t-1}(1 + \pi\Delta t)e^{r_{t-1}\Delta t} + AI4_{a \rightarrow b}$$



利率點示意圖

A → B →

E

A → C →

E

期數↑, 利率路徑↑, Loan Balance數量↑

A → D →

E

設置代表點

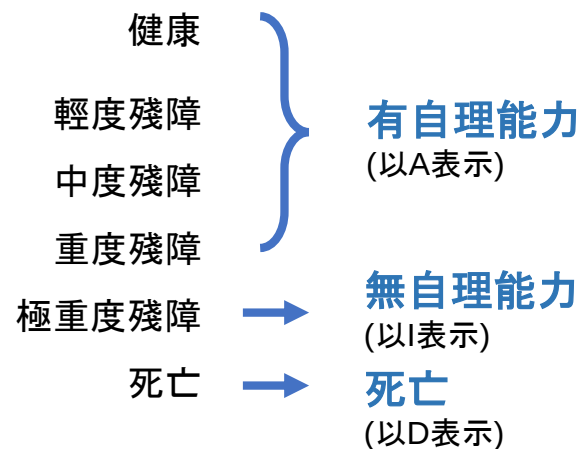
A → B → E rmax => 最後一個代表點

A → C → E rmin => 第一個代表點
其餘代表點內插

**Copul
a**

- 考慮夫妻共保=>轉換機率

1. 夫妻狀況樹



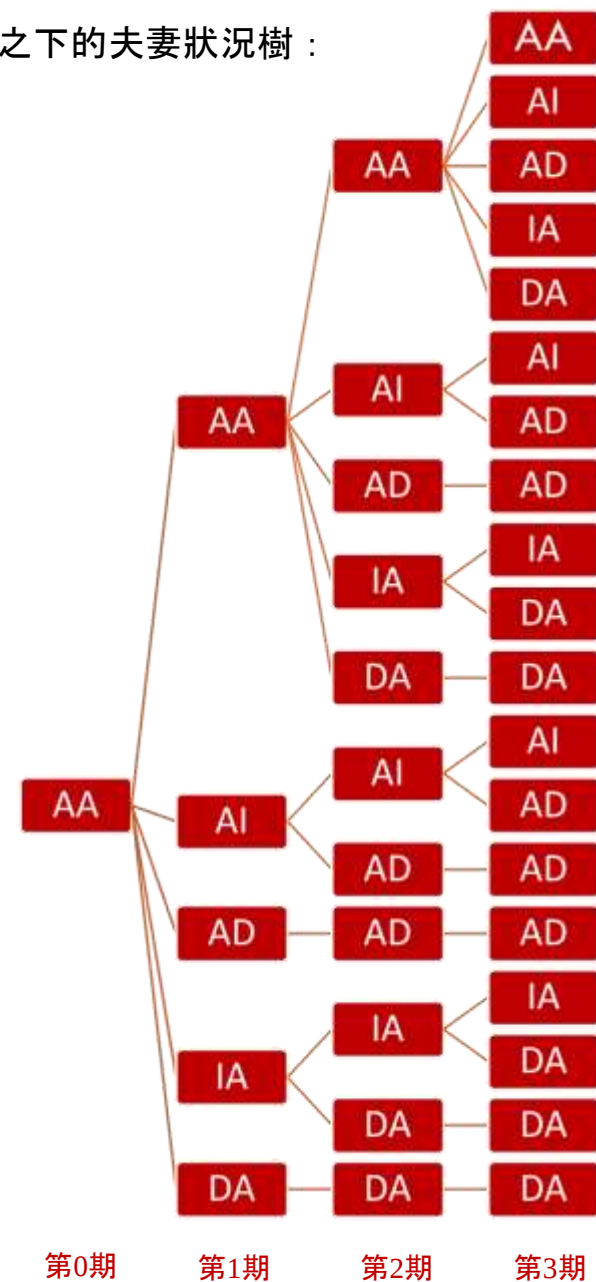
考慮夫妻共保,
第一個字母代表夫
第二個字母代表妻

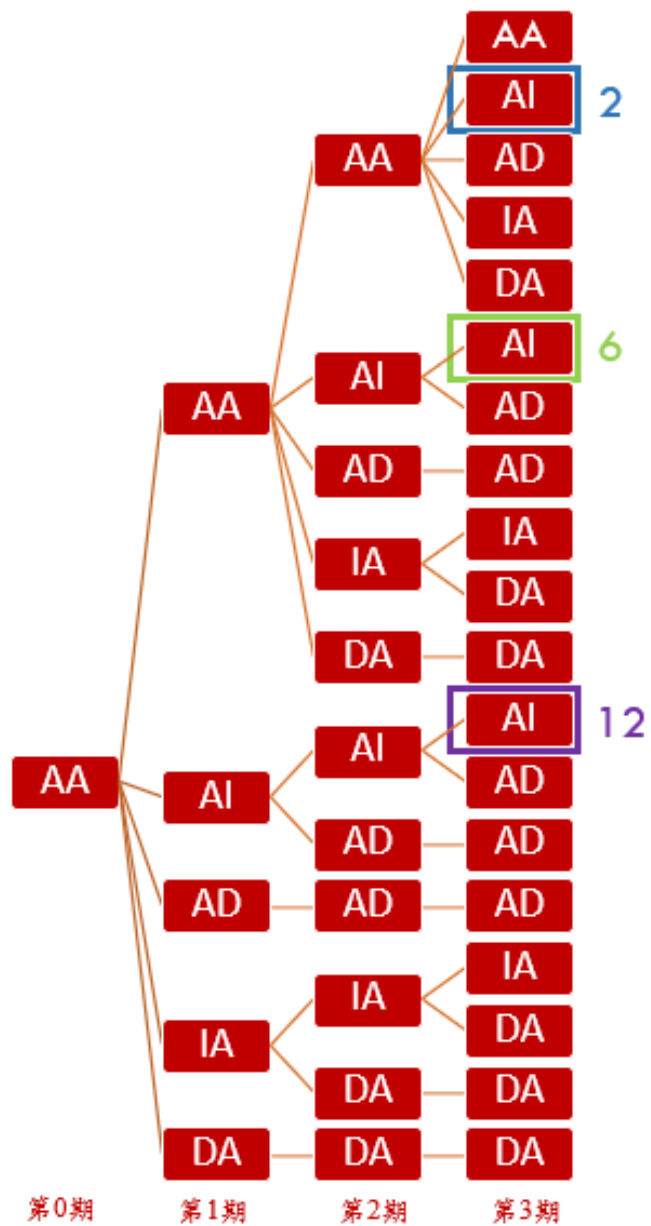
e.g. AI

代表夫有自理能力
代表妻無自理能力

合約會在夫妻皆不再有自理情況下終止
=> II、ID、DI、DD 情況合約終止

合約繼續之下的夫妻狀況樹：





同一狀況點在不同位置上，
記錄著不同的狀況演變，且擁有不同貸款金額

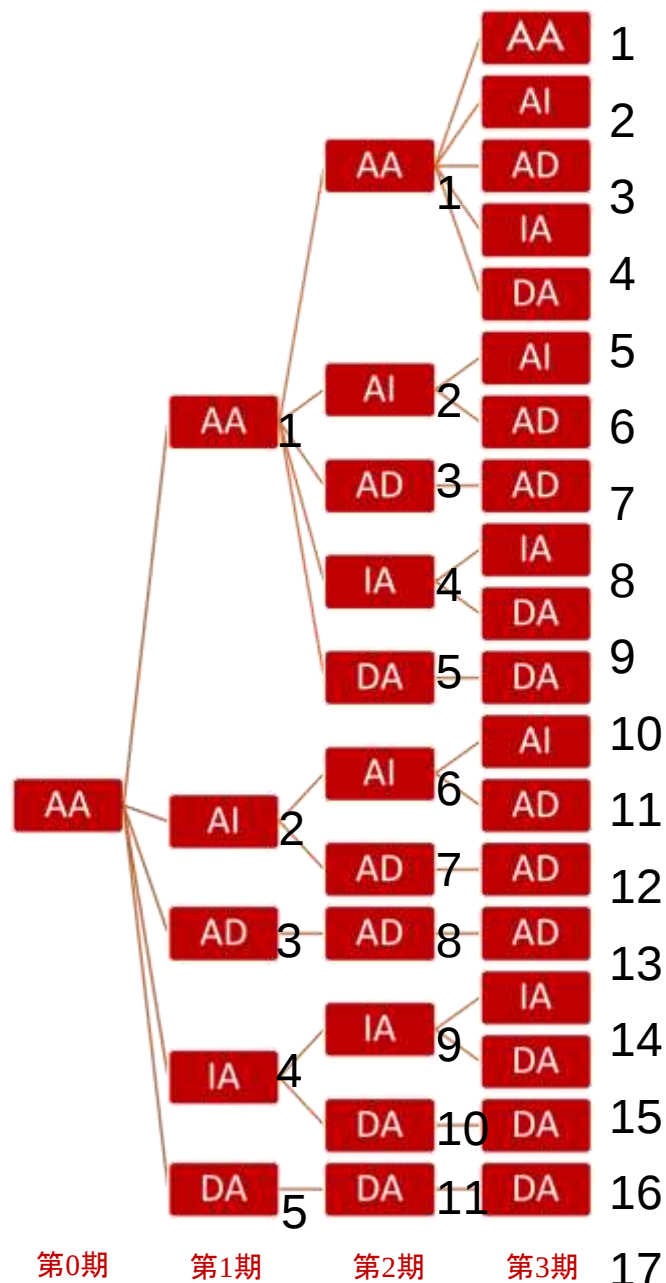
以AI狀況點為例，第3期AI點位於第2、6、12個點

第2個點路徑：
 AA — 2年金 — AA — 2年金 — AA — 2年金 — AI — 1年金 1躉繳額

第6個點路徑：
 AA — 2年金 — AA — 2年金 — AI — 1年金 1躉繳額 — AI — 1年金

第12個點路徑：
 AA — 2年金 — AI — 1年金 1躉繳額 — AI — 1年金 — AI — 1年金

這三者路徑不同，Loan balance也會有所不同



為了Backward induction, 需要依照路徑去找出相對應的位置點

$$\frac{AA}{1}$$

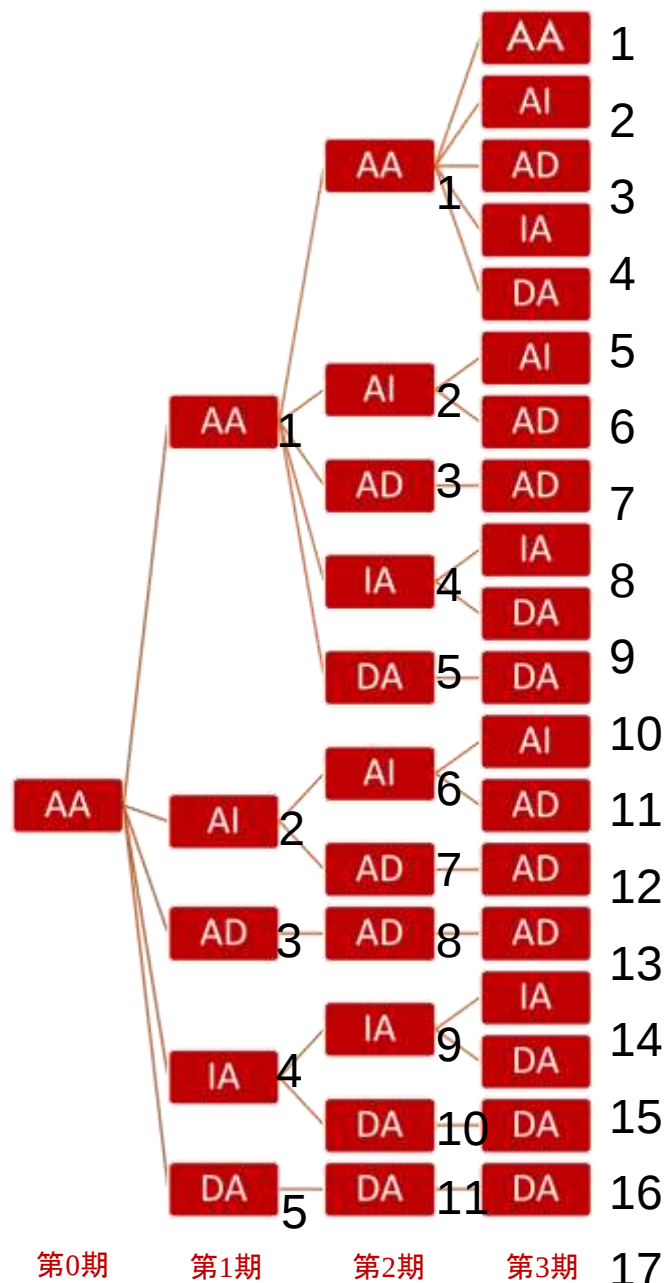
位於第1個點, 用下一期前5個點及II、ID、DI、DD狀況所支付的躉繳額Backward

$$\frac{AI}{12} - 2 \cdot 6$$

第n期所有AI點位於第 $i^2 + i$ 個點, $i = 1 \sim n$
用第i + 1期第 $i^2 + 3i + 2$ 、 $i^2 + 3i + 3$ 個點
及II、ID、DI、DD所給付之躉繳額Backward($i \leq n$)

$$\frac{IA}{16} - 4 \cdot 9$$

第n期所有IA點位於第 $i^2 + 2i + 1$ 個點, $i = 1 \sim n$
用第i+1期第 $i^2 + 4i + 4$ 、 $i^2 + 4i + 5$ 個點
及II、ID、DI、DD狀況所支付之躉繳額Backward



$$\frac{AD}{15} = 3 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 13 \cdot 14 \cdot$$

第n期所有AD點位於第 $i^2 + i + j$ 個點， $i = 1 \sim n$ ， $j = 1 \sim i$
 以下一期第 $i^2 + 3i + j + 3$ 個點及ID、DD狀況所給付之躉繳額Backward

$$\frac{DA}{19} = 5 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 18 \cdot$$

第n期所有DA點位於第 $i^2 + 2i + j + 1$ 個點， $i = 1 \sim n$ ， $j = 1 \sim i$
 以下一期第 $i^2 + 4i + j + 5$ 個點及DI、DD狀況所支付之躉繳額Backward

2. 建構

- Sklar's Theorem

對於一組隨機變數組成的隨機向量 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$.
其joint pdf $H(x_1, x_2, \dots, x_n) = P(X_1 \leq x_1, \dots, X_n \leq x_n)$
與其marginal distribution $F_i(x_i) = P(X_i \leq x_i)$

存在一個unique copula使得 $H(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n))$

也就是說我們把兩個marginal cdf丟進Copula即可建造出此兩者具有相關性的joint cdf

=> 目的：找出 男性 有→無 有→死 之 marginal cmf, 產出具有相關性的 joint cmf
女性 無→死

- 建造marginal cmf

a. 狀態轉換機率

$$\begin{array}{c}
 \begin{matrix}
 & [(t+1, ac) & (t+1, i_1) & (t+1, i_2) & (t+1, i_3) & (t+1, i_4) & (t+1, d)] \\
 \begin{bmatrix}
 (t, ac) \\
 (t, i_1) \\
 (t, i_2) \\
 (t, i_3) \\
 (t, i_4) \\
 (t, d)
 \end{bmatrix}
 \end{matrix}
 \begin{bmatrix}
 p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} & p_{1,4} & p_{1,5} & p_{1,6} \\
 0 & p_{2,2} & p_{2,3} & p_{2,4} & p_{2,5} & p_{2,6} \\
 0 & 0 & p_{3,3} & p_{3,4} & p_{3,5} & p_{3,6} \\
 0 & 0 & 0 & p_{4,4} & p_{4,5} & p_{4,6} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & p_{5,5} & p_{5,6} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

$P_{a,b}$ ：在第t期為a狀態之下，第t+1期轉換為b狀態的機率

- 1：健康
- 2：輕度殘障
- 3：中度殘障
- 4：重度殘障
- 5：極重度殘障
- 6：死亡

各個歲數的失能機率轉換矩陣

b. 各年齡狀態分布比例

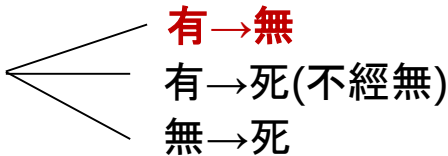
將期初狀態矩陣[1,0,0,0,0,0] 乘上各年狀態轉換機率矩陣,

		94	95	96	97	98	99	100
有自理能力	健康	1	0.0015	0.0015	0.0015	0.0015	0.0015	0.0015
	輕度	2	0.0768	0.0683	0.0604	0.0535	0.0411	0.0349
	中度	3	0.0512	0.0451	0.0397	0.0350	0.0272	0.0231
	重度	4	0.0269	0.0230	0.0201	0.0176	0.0158	0.0131
無自理能力	極重度	5	0.0150	0.0143	0.0137	0.0131	0.0126	0.0120
死亡	死亡	6	0.8287	0.8477	0.8645	0.8793	0.8924	0.9040

▲各年齡狀態分布比例

代表94歲死亡人口佔總人口

c. 建造pmf進而得出marginal cmf



A	B	C	D	E	F	G
	健康 0	輕度 1	中度 2	重度 3	極重度 4	死亡 5
健康 0	0.994388	0.003955	0.000786	0.000786	0.000786	0.000786
輕度 1	0	0.901953	0.098047	0.098047	0.098047	0.098047
中度 2	0	0	0.082537	0.082537	0.082537	0.082537
重度 3	0	0	0	0.248713	0.248713	0.248713
極重度 4	0	0	0	0.957416	0.042584	0.042584
死亡 5	0	0	0	0	0	1

▲女性4歲 狀態轉換機率矩陣

	年齡 1	2	3	4	5	6
健康 1	0.9961	0.9951	0.9861	0.9830	0.9778	0.9778
輕度 2	0.0011	8.4382e-04	0.0057	0.0069	0.0082	0.0082
中度 3	5.0663e-04	3.0697e-04	0.0023	0.0024	0.0024	0.0024
重度 4	4.6627e-23	4.6884e-05	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013
極重度 5	4.4241e-23	1.2650e-05	3.7592e-04	3.5991e-04	3.4458e-04	3.1870e-04
死亡 6	0.0023	0.0037	0.0041	0.0060	0.0080	0.0104

▲女性「各年齡狀態分布比例」

將「有自理→無自理之狀態轉換機率」， 乘上「該年齡有自理人口比例」得該年齡「有自理→無自理pmf」

年齡		97	98	99	100	101
男 有→無	1	1.9373e-13	1.7090e-11	6.3131e-15	0.0017	0
pmf	2	0.0062	0.0088	3.7428e-15	0.0086	0
女 有→無	3	0.1435	0.1435	0.1435	0.1452	0.1452
pmf	4	0.0991	0.1080	0.1080	0.1166	0.1166

pmf

pmf加總得cmf

男 有→無
cmf
女 有→無

▲由有自理→無自理的pmf、cmf

c. 建造pmf進而得出marginal cmf



	A	B	C	D	E	F	G
		健康 0	輕度 1	中度 2	重度 3	極重度 4	死亡 5
健康 0		0.994388	0.003955	0.000871	2.21E-14	1.27E-13	0.000786
輕度 1		0	0.901953	1.26E-15	女性4歲時， 由0→5機率	09	0.098047
中度 2		0	0	0.861803	由1→5機率	09	0.082537
重度 3		0	0	0	由2→5機率	16	0.248713
極重度 4		0	0	0	由3→5機率	0	0.042584
死亡 5		0	0	0		0	1

▲女性4歲 狀態轉換機率矩陣

	年齡	1	2	3	4		
健康 1		0.9961	0.9951	0.9861	0.9830	女性4歲時， 健康比例	0.9778
輕度 2		0.0011	8.4382e-04	0.0057	0.0069	輕度比例	0.0082
中度 3		5.0663e-04	3.0697e-04	0.0023	0.0024	中度比例	0.0024
重度 4		4.6627e-23	4.6884e-05	0.0013	0.0013	重度比例	3e-04
極重度 5		4.4241e-23	1.2650e-05	3.7592e-04	3.5991e-04		3.1870e-04
死亡 6		0.0023	0.0037	0.0041	0.0060		0.0104

▲女性「各年齡狀態分布比例」

將「有自理→死亡之狀態轉換機率」， 乘上「該年齡有自理人口比例」得該年齡「有自理→死亡pmf」

年齡		97	98	99	100	101
男 有→無	1	1.9373e-13	1.7090e-11	6.3131e-15	0.0017	0
pmf	2	0.0062	0.0088	3.7428e-15	0.0086	0
女 有→無	3	0.1435	0.1435	0.1435	0.1452	0.1452
pmf	4	0.0991	0.1080	0.1080	0.1166	0.1166

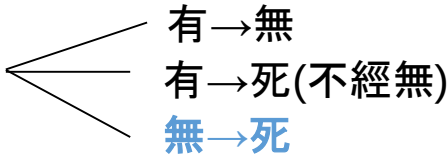
pmf

pmf加總得cmf

男 有→無
cmf
女 有→無

▲由有自理→無自理的pmf、cmf

c. 建造pmf進而得出marginal cmf



A	B	C	D	E	F	G
	健康 0	輕度 1	中度 2	重度 3	極重度 4	死亡 5
健康 0	0.994388	0.003955	0.000871	2.21E-14	1.27E-13	0.000786
輕度 1	0	0.901953	1.26E-15	1.76E-09	1.44E-09	0.098047
中度 2	0	0	0.861803	0.05566	1.43E-09	0.082537
重度 3	0	0	0	女性4歲時， 由4→5機率	0.09	0.248713
極重度 4	0	0	0	0.6	0.042584	
死亡 5	0	0	0	0	0	1

▲女性4歲 狀態轉換機率矩陣

	年齡 1	2	3	4	5	6
健康 1	0.9961	0.9951	0.9861	0.9830	0.9803	0.9778
輕度 2	0.0011	8.4382e-04	0.0057	0.0069	0.0077	0.0082
中度 3	5.0663e-04	3.0697e-04	0.0023	0.0024	0.0024	0.0024
重度 4	4.6627e-23	4.6884e-05	0.0013	0.0013	女性4歲時， 極重度比例	33e-04
極重度 5	4.4241e-23	1.2650e-05	3.7592e-04	3.5991e-04	70e-04	
死亡 6	0.0023	0.0037	0.0041	0.0060	0.0080	0.0104

▲女性「各年齡狀態分布比例」

將「無自理→死亡之狀態轉換機率」， 乘上「該年齡無自理人口比例」得該年齡「無自理→死亡pmf」

年齡		97	98	99	100	101
男 有→無	1	1.9373e-13	1.7090e-11	6.3131e-15	0.0017	0
pmf	2	0.0062	0.0088	3.7428e-15	0.0086	0
女 有→無	3	0.1435	0.1435	0.1435	0.1452	0.1452
pmf	4	0.0991	0.1080	0.1080	0.1166	0.1166

pmf

pmf加總得cmf

男 有→無
cmf
女 有→無

▲由有自理→無自理的pmf、cmf

我們已知：

男性&女性 每一歲 有→無 之pmf

男性&女性 每一歲 有→死 之pmf

男性&女性 每一歲 無→死 之pmf

因此我們可利用Copula以上述任兩cmf

建構出以下情況的joint pmf：

男性:有→無 女性:有→無 AA→II	男性:有→無 女性:無→死 AI→ID	男性:無→死 女性:有→死 IA→DD
男性:有→死 女性:有→無 AA→DI	男性:有→死 女性:無→死 AI→DD	男性:無→死 女性:有→無 IA→DI
男性:有→無 女性:有→死 AA→ID		
男性:有→死 女性:有→死 AA→DD		

右圖以此為例

Variables - Joint_male_Ad_female_AD_pmf						
+3 Joint_male_Ad_female_AD_pmf x denominator x testsum3						
100x100 double						
	86	87	88	89	90	91
70	5.9641e-05	8.1022e-05	6.3953e-05	5.4643e-05	3.7215e-05	2.6554e-05
71	6.4312e-05	8.7402e-05	6.9017e-05	5.8990e-05	4.0186e-05	2.8679e-05
72	6.7014e-05					
73	1.0115e-04					
74	1.1057e-04					
75	1.0713e-04					
76	1.7642e-04					
77	1.9523e-04					
78	1.9045e-04	2.6031e-04	2.0676e-04	1.7758e-04	1.2143e-04	8.6883e-05
79	1.4654e-04	2.0051e-04	1.5945e-04	1.3707e-04	9.3792e-05	6.7144e-05
80	1.9967e-04	2.7350e-04	2.1774e-04	1.8736e-04	1.2830e-04	9.1897e-05
81	2.9290e-04	4.0185e-04	3.2045e-04	2.7611e-04	1.8928e-04	1.3567e-04
82	1.5026e-04	2.0644e-04	1.6487e-04	1.4223e-04	9.7598e-05	7.0003e-05
83	2.4870e-04	3.4214e-04	2.7361e-04	2.3631e-04	1.6229e-04	1.1647e-04
84	2.6769e-05	3.6859e-05	2.9503e-05	2.5500e-05	1.7523e-05	1.2582e-05
85	3.6739e-05	5.0597e-05	4.0508e-05	3.5018e-05	2.4067e-05	1.7282e-05
86	7.3639e-05	1.0145e-04	8.1254e-05	7.0263e-05	4.8302e-05	3.4690e-05
87	6.9375e-05	9.5623e-05	7.6622e-05	6.6285e-05	4.5581e-05	3.2743e-05
88	5.6945e-05	7.8522e-05	6.2946e-05	5.4473e-05	3.7469e-05	2.6921e-05
89	4.3324e-05	5.9759e-05	4.7922e-05	4.1483e-05	2.8540e-05	2.0509e-05
90	3.9204e-05	5.4090e-05	4.3387e-05	3.7566e-05	2.5850e-05	1.8578e-05
91	4.3032e-05	5.9387e-05	4.7650e-05	4.1266e-05	2.8402e-05	2.0415e-05
92	2.8543e-05	3.9401e-05	3.1621e-05	2.7391e-05	1.8855e-05	1.3554e-05
93	3.6420e-05	5.0285e-05	4.0365e-05	3.4971e-05	2.4076e-05	1.7309e-05

意即

女性在86歲由有自理→87歲期初死亡

男性在70歲由有自理→71歲期初無自理
(同時轉換)

d. 計算轉換機率——給定AA之下

定義 $P(A_t A_s) = P(\text{男性}t\text{歲有自理, 女性}s\text{歲有自理})$

如前一頁表格，縱軸為夫年齡、橫軸為妻年齡

X_D ：夫進入死亡年齡

Y_D ：妻進入死亡年齡

X_I ：夫進入無自理年齡

Y_I ：妻進入無自理年齡

男性在 t 歲有自理

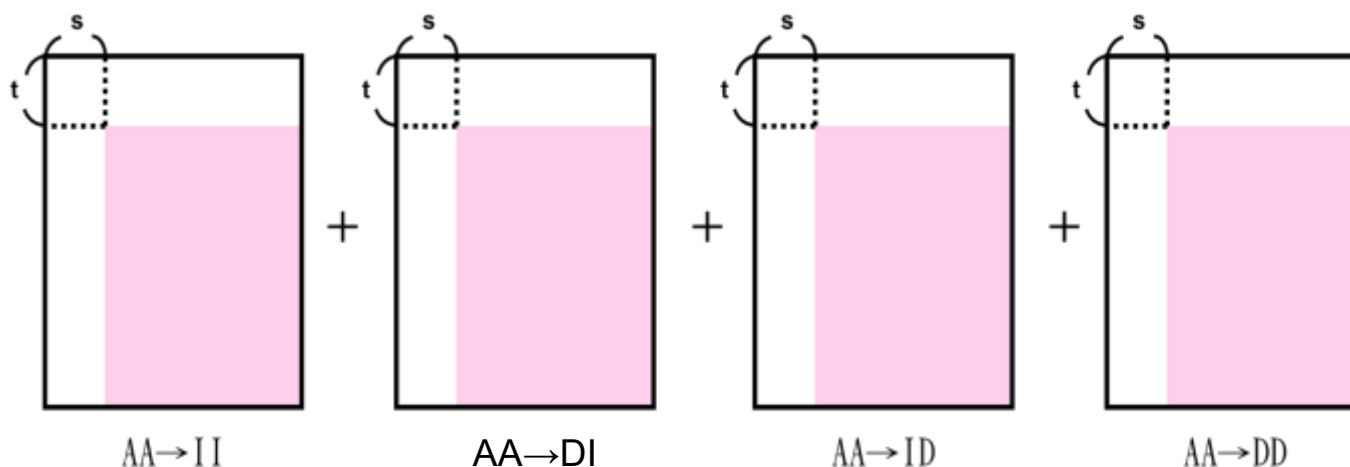
$\Rightarrow X_D, X_I$ 皆須 $> t$

女性 s 歲有自理

$\Rightarrow Y_D, Y_I$ 皆須 $> s$

$$P\left(\begin{array}{l} X_I > t, Y_I > s \\ X_D > t, Y_D > s \\ X_I > t, Y_D > s \\ X_I > t, Y_I > s \end{array} \right)$$

= 粉色面積加總



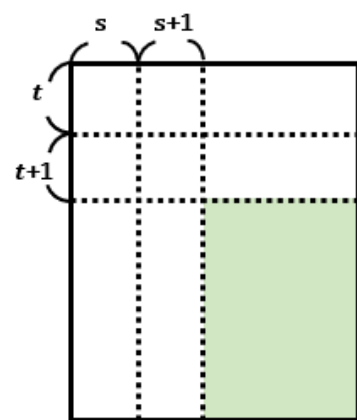
Variables - Joint_male_Ad_female_AD_pmf						
+3	Joint_male_Ad_female_AD_pmf	denominator	testsum3			
100x100 double						
	86	87	88	89	90	91
70	5.9641e-05	8.1022e-05	6.3953e-05	5.4643e-05	3.7215e-05	2.6554e-05
71	6.4312e-05	8.7402e-05	6.9017e-05	5.8990e-05	4.0186e-05	2.8679e-05
72	6.7014e-05	9.1113e-05	7.1979e-05	6.1544e-05	4.1937e-05	2.9935e-05
73	1.0115e-04	1.3760e-04	1.0877e-04	9.3040e-05	6.3422e-05	4.5282e-05
74	1.1057e-04	1.5052e-04	1.1906e-04	1.0190e-04	6.9495e-05	4.9633e-05
75	1.0713e-04	1.4594e-04	1.1552e-04	9.8932e-05	6.7499e-05	4.8223e-05
76	1.7642e-04	2.4054e-04	1.9058e-04	1.6334e-04	1.1151e-04	7.9700e-05
77	1.9523e-04	2.6651e-04	2.1142e-04	1.8138e-04	1.2393e-04	8.8622e-05
78	1.9045e-04	2.6031e-04	2.0676e-04	1.7758e-04	1.2143e-04	8.6883e-05
79	1.4654e-04	2.0051e-04	1.5945e-04	1.3707e-04	9.3792e-05	6.7144e-05
80	1.9967e-04	2.7350e-04	2.1774e-04	1.8736e-04	1.2830e-04	9.1897e-05
81	2.9290e-04	4.0185e-04	3.2045e-04	2.7611e-04	1.8928e-04	1.3567e-04
82	1.5026e-04	2.0644e-04	1.6487e-04	1.4223e-04	9.7598e-05	7.0003e-05
83	2.4870e-04	3.4214e-04	2.7361e-04	2.3631e-04	1.6229e-04	1.1647e-04
84	2.6769e-05	3.6859e-05	2.9503e-05	2.5500e-05	1.7523e-05	1.2582e-05
85	3.6739e-05	5.0597e-05	4.0508e-05	3.5018e-05	2.4067e-05	1.7282e-05
86	7.3639e-05	1.0145e-04	8.1254e-05	7.0263e-05	4.8302e-05	3.4690e-05
87	6.9375e-05	9.5623e-05	7.6622e-05	6.6285e-05	4.5581e-05	3.2743e-05
88	5.6945e-05	7.8522e-05	6.2946e-05	5.4473e-05	3.7469e-05	2.6921e-05
89	4.3324e-05	5.9759e-05	4.7922e-05	4.1483e-05	2.8540e-05	2.0509e-05
90	3.9204e-05	5.4090e-05	4.3387e-05	3.7566e-05	2.5850e-05	1.8578e-05
91	4.3032e-05	5.9387e-05	4.7650e-05	4.1266e-05	2.8402e-05	2.0415e-05
92	2.8543e-05	3.9401e-05	3.1621e-05	2.7391e-05	1.8855e-05	1.3554e-05
93	3.6420e-05	5.0285e-05	4.0365e-05	3.4971e-05	2.4076e-05	1.7309e-05

- 計算 $P(A_{t+1}A_{s+1} | A_t A_s)$

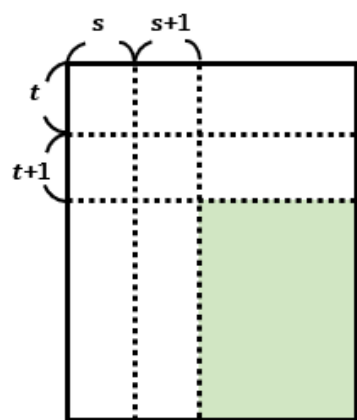
$$P(A_{t+1}A_{s+1} | A_t A_s) = \frac{P(A_{t+1}A_{s+1} \cap A_t A_s)}{P(A_t A_s)} = \frac{P(A_{t+1}A_{s+1})}{P(A_t A_s)}$$

由上頁求得 $P(A_t A_s)$ ，同理可求 $P(A_{t+1} A_{s+1})$

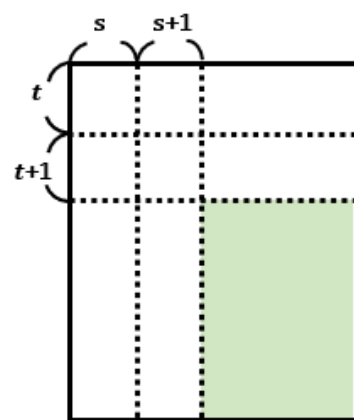
$\Rightarrow P(A_{t+1}A_{s+1} | A_t A_s)$ 為 $\frac{\text{綠色加總}}{\text{粉色加總}}$



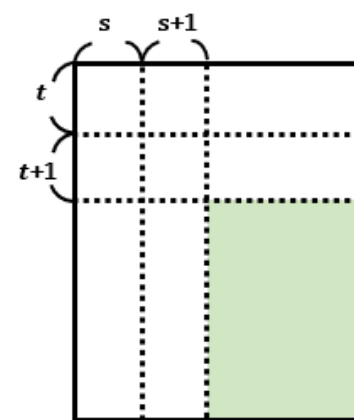
AA $\rightarrow$ II



AA $\rightarrow$ DI



AA $\rightarrow$ ID



AA $\rightarrow$ DI

- 計算 $P(A_{t+1}I_{s+1} | A_t A_s)$

$$P(A_{t+1}I_{s+1} | A_t A_s) = \frac{P(A_{t+1}I_{s+1} \cap A_t A_s)}{P(A_t A_s)} = \frac{P(A_{t+1}I_{s+1})}{P(A_t A_s)}$$

$$P(I_{t+1}A_{s+1} | A_t A_s) = \frac{P(I_{t+1}A_{s+1} \cap A_t A_s)}{P(A_t A_s)} = \frac{P(I_{t+1}A_{s+1})}{P(A_t A_s)}$$

男性在 $t+1$ 歲有自理

$\Rightarrow X_D, X_I$ 皆須 $> t+1$

女性在 $s+1$ 歲無自理

$\Rightarrow Y_I = s+1$

$$\Rightarrow P(X_I > t+1, Y_I = s+1)$$

$\Rightarrow$ 藍色面積

男性在 $t+1$ 歲無自理

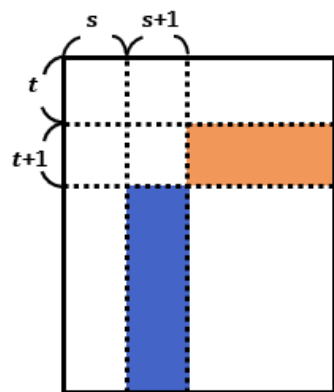
$\Rightarrow X_I = t+1$

女性在 $s+1$ 歲有自理

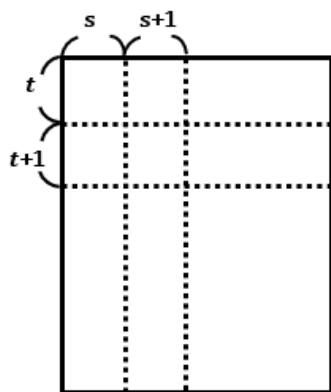
$\Rightarrow Y_D, Y_I$ 皆須 $> s+1$

$$\Rightarrow P(X_I = t+1, Y_I > s+1)$$

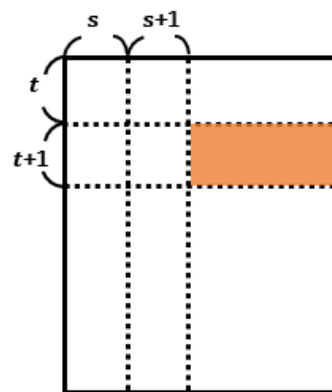
$\Rightarrow$ 橘色面積



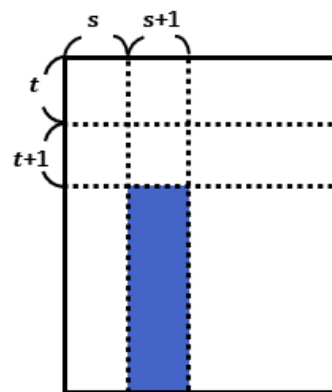
AA $\rightarrow$ II



AA $\rightarrow$ DI



AA $\rightarrow$ ID



AA $\rightarrow$ DI

$\Rightarrow P(A_{t+1}I_{s+1} | A_t A_s)$ 為 $\frac{\text{藍色加總}}{\text{粉色加總}}$

$\Rightarrow P(I_{t+1}A_{s+1} | A_t A_s)$ 為 $\frac{\text{橘色加總}}{\text{粉色加總}}$

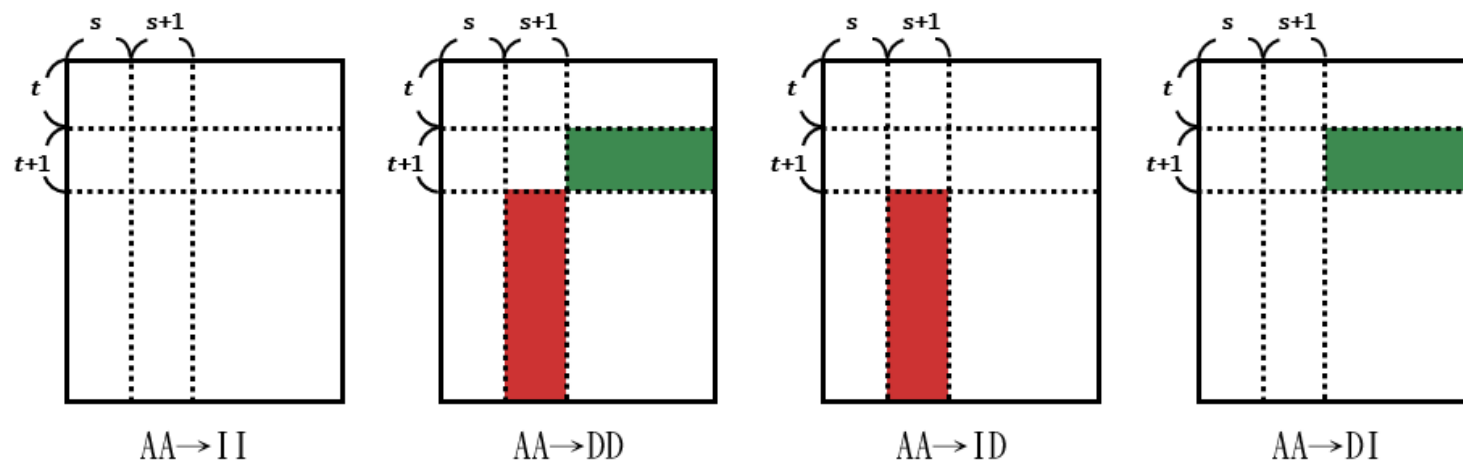
- 計算 $P(A_{t+1}D_{s+1} | A_t A_s)$

$$P(A_{t+1}D_{s+1} | A_t A_s) = \frac{P(A_{t+1}D_{s+1} \cap A_t A_s)}{P(A_t A_s)} = \frac{P(A_{t+1}D_{s+1})}{P(A_t A_s)} \Rightarrow X_D \setminus X_I > t+1$$

$$\Rightarrow Y_D = s+1$$

$$P(D_{t+1}A_{s+1} | A_t A_s) = \frac{P(D_{t+1}A_{s+1} \cap A_t A_s)}{P(A_t A_s)} = \frac{P(D_{t+1}A_{s+1})}{P(A_t A_s)} \Rightarrow X_D = t+1$$

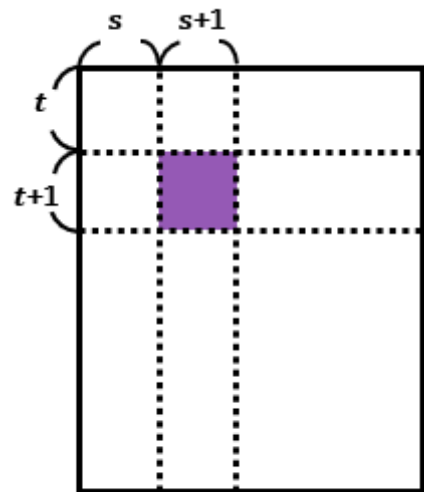
$$\Rightarrow Y_I \setminus Y_D > s+1$$



$\Rightarrow P(A_{t+1}D_{s+1} | A_t A_s)$ 為 $\frac{\text{紅色加總}}{\text{粉色加總}}$

$\Rightarrow P(D_{t+1}A_{s+1} | A_t A_s)$ 為 $\frac{\text{綠色加總}}{\text{粉色加總}}$

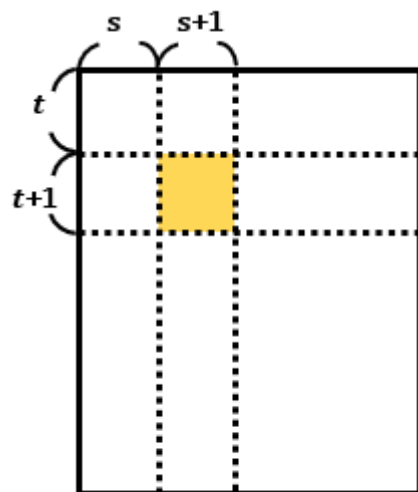
- $P(I_{t+1}I_{s+1} | A_t A_s)$



AA→II

$$= \frac{\text{紫色加總}}{\text{粉色加總}}$$

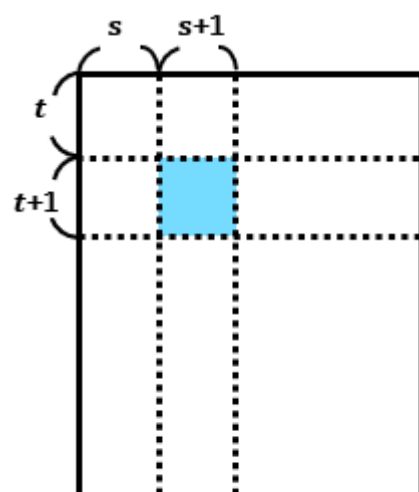
- $P(D_{t+1}D_{s+1} | A_t A_s)$



AA→DD

$$= \frac{\text{紫色加總}}{\text{粉色加總}}$$

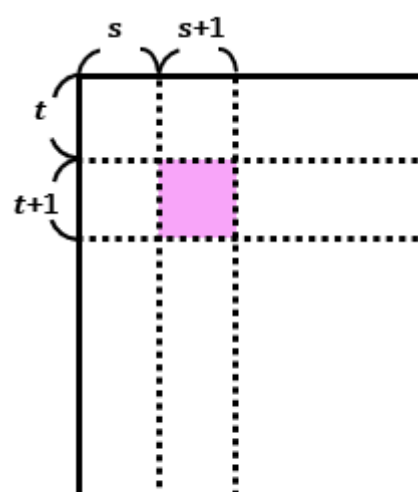
- $P(I_{t+1}D_{s+1} | A_t A_s)$



AA→ID

$$= \frac{\text{紫色加總}}{\text{粉色加總}}$$

- $P(D_{t+1}I_{s+1} | A_t A_s)$



AA→DI

$$= \frac{\text{紫色加總}}{\text{粉色加總}}$$

d. 計算轉換機率——給定AI之下

定義 $P(A_t I_s) = P(\text{男性}t\text{歲有自理, 女性}s\text{歲無自理})$

X_D : 夫進入死亡年齡

Y_D : 妻進入死亡年齡

X_I : 夫進入無自理年齡

Y_I : 妻進入無自理年齡

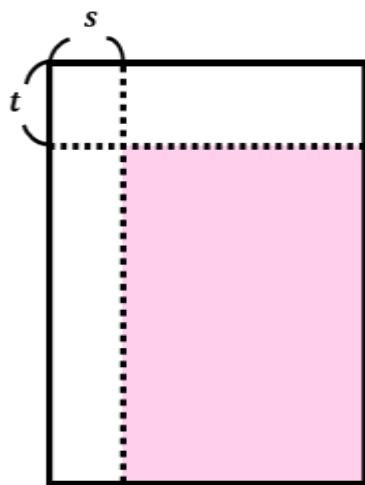
男性在 t 歲有自理

$\Rightarrow X_D, X_I$ 皆須 $> t$

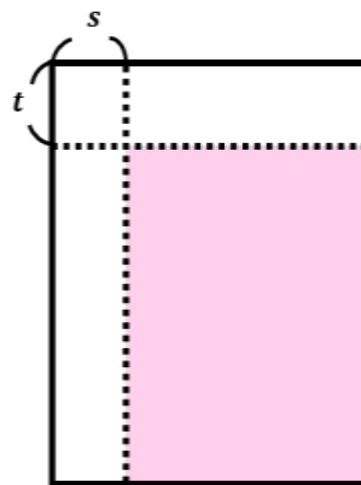
女性在 s 歲無自理

$\Rightarrow Y_D > s$

$$P\left(\begin{array}{l} X_I > t, Y_D > s \\ X_D > t, Y_D > s \end{array}\right) = \text{粉色面積加總}$$



AI→ID



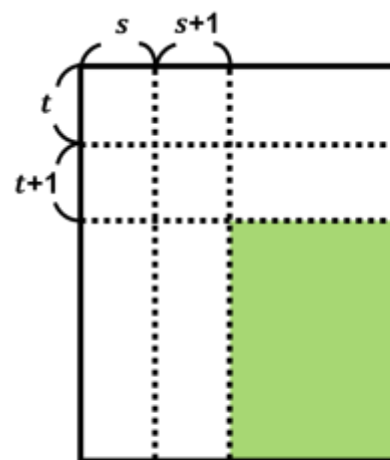
AI→DD

- 計算 $P(A_{t+1}I_{s+1} | A_t I_s)$

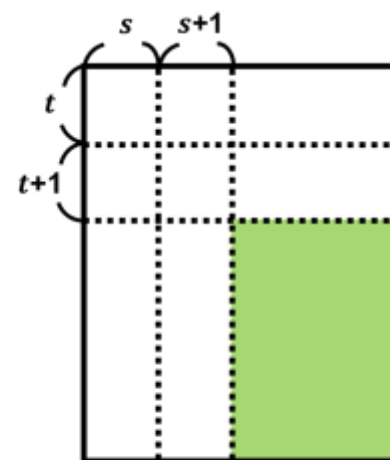
$$P(A_{t+1}I_{s+1} | A_t I_s) = \frac{P(A_{t+1}I_{s+1} \cap A_t I_s)}{P(A_t I_s)} = \frac{P(A_{t+1}I_{s+1})}{P(A_t I_s)}$$

由上頁求得 $P(A_t I_s)$ ，同理可求 $P(A_{t+1} A_{s+1})$

$\Rightarrow P(A_{t+1}I_{s+1} | A_t I_s)$ 為 $\frac{\text{綠色加總}}{\text{粉色加總}}$



AI $\rightarrow$ ID



AI $\rightarrow$ DD

- 計算 $P(A_{t+1}D_{s+1} | A_t I_s)$

$$P(A_{t+1}D_{s+1} | A_t I_s) = \frac{P(A_{t+1}D_{s+1} \cap A_t I_s)}{P(A_t I_s)} = \frac{P(A_{t+1}D_{s+1})}{P(A_t I_s)}$$

男性在 $t+1$ 歲有自理

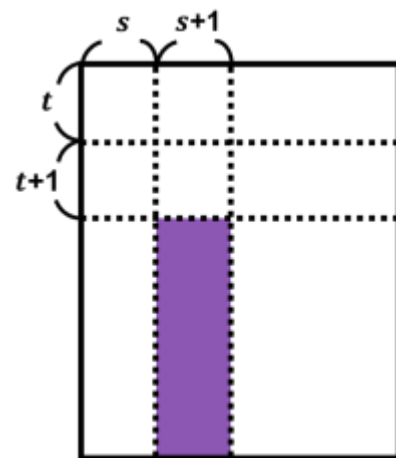
$\Rightarrow X_D, X_I$ 皆須 $> t+1$

女性在 $s+1$ 歲死亡

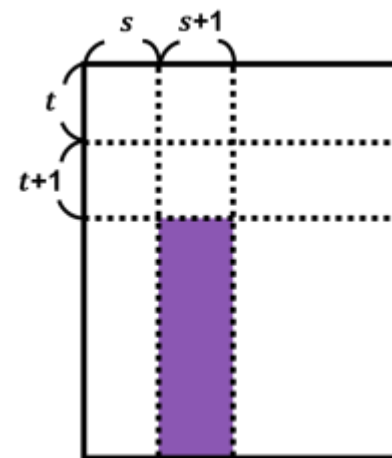
$\Rightarrow Y_D = s+1$

$$\Rightarrow P\left(\begin{array}{l} X_I > t+1, Y_D = s+1 \\ X_D > t+1, Y_D = s+1 \end{array}\right)$$

$\Rightarrow P(A_{t+1}D_{s+1} | A_t I_s)$ 為 $\frac{\text{紫色加總}}{\text{粉色加總}}$

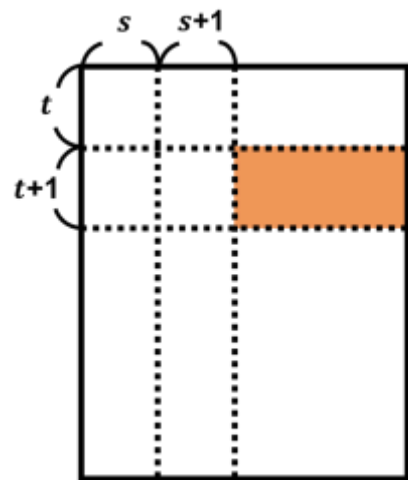


AI $\rightarrow$ ID



AI $\rightarrow$ DD

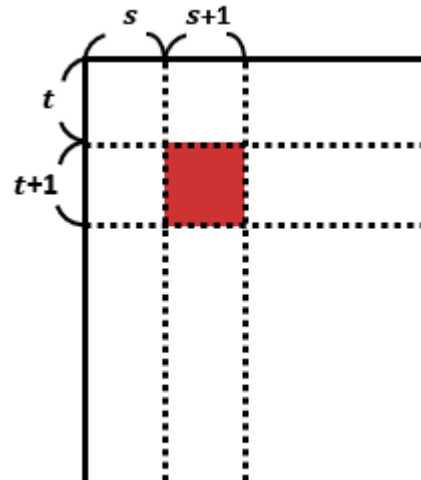
- $P(I_{t+1}I_{s+1}|A_tI_s)$



AI→ID

$$= \frac{\text{橘色加總}}{\text{粉色加總}}$$

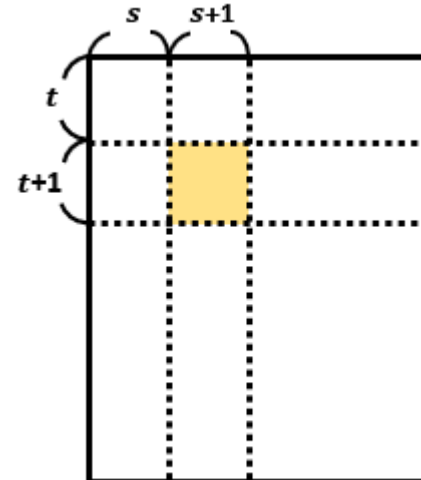
- $P(D_{t+1}D_{s+1}|A_tI_s)$



AI→DD

$$= \frac{\text{紫色加總}}{\text{粉色加總}}$$

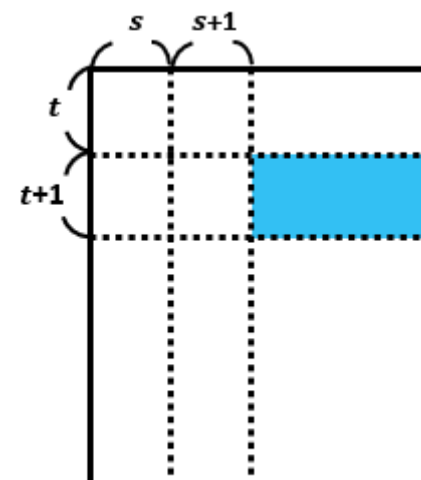
- $P(I_{t+1}D_{s+1}|A_tI_s)$



AI→ID

$$= \frac{\text{紫色加總}}{\text{粉色加總}}$$

- $P(D_{t+1}I_{s+1}|A_tI_s)$



AI→DD

$$= \frac{\text{紫色加總}}{\text{粉色加總}}$$

“給定IA之下”之轉換機率計算與“給定AI之下”同理，不再贅述

d. 計算轉換機率——給定AD之下

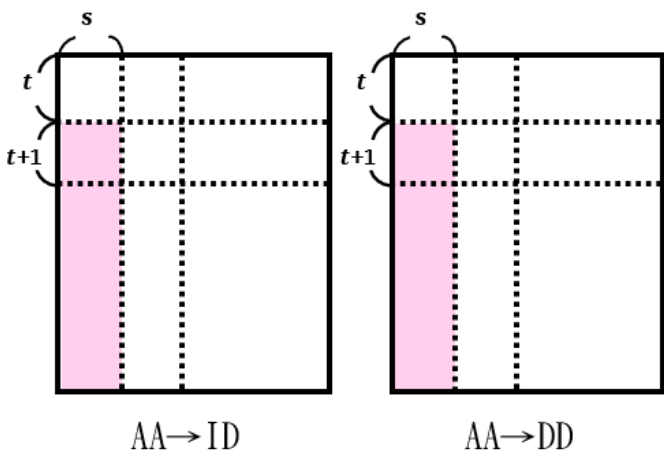
定義 $P(A_t D_s) = P(\text{男性}t\text{歲有自理, 女性}s\text{歲死亡})$

X_D : 夫進入死亡年齡 男性在 t 歲有自理
 Y_D : 妻進入死亡年齡 $\Rightarrow X_D, X_I$ 皆須 $> t$
 X_I : 夫進入無自理年齡 女性在 s 歲死亡
 Y_I : 妻進入無自理年齡 $\Rightarrow Y_D = s$

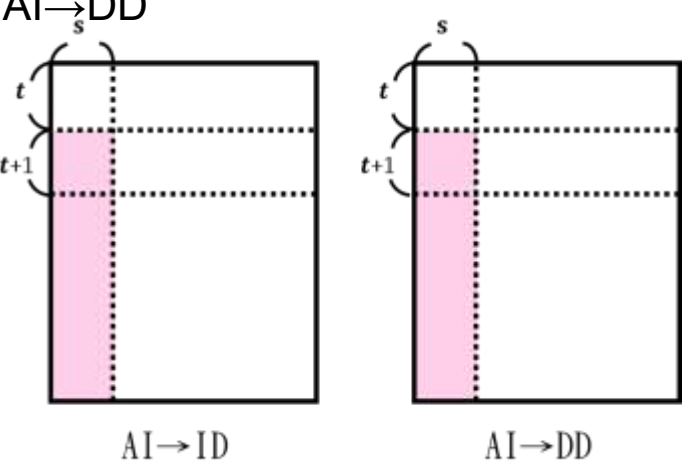
$$P(\begin{matrix} X_I > t, Y_D = s \\ X_D > t, Y_D = s \end{matrix})$$

狀態為AD， 前一期可為AA(不經無自理)或AI(經由無自理)， 使用到的joint pmf表格也就不同

i. 不經無自理：使用AA→ID、



ii. 經由無自理：使用AI→ID、AI→DD



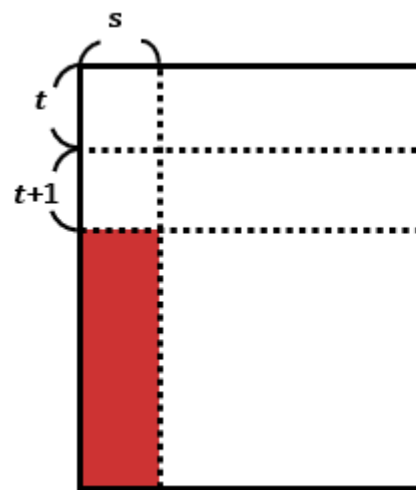
兩者差別僅有使用表格不同， 因此後續以有經由無自理的case為例

- 計算 $P(A_{t+1}D_{s+1} | A_t D_s)$

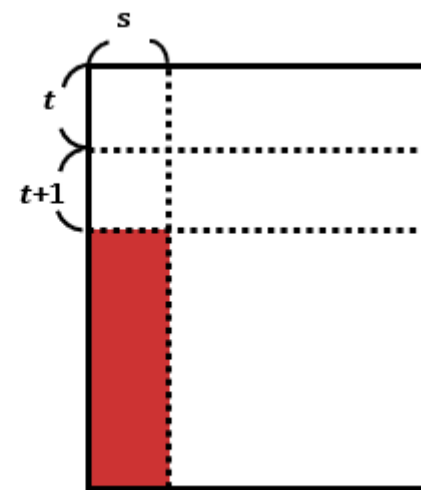
$$P(A_{t+1}D_{s+1} | A_t D_s) = \frac{P(A_{t+1}D_{s+1} \cap A_t D_s)}{P(A_t D_s)} = \frac{P(A_{t+1}D_{s+1})}{P(A_t D_s)}$$

由上頁求得 $P(A_t D_s)$ ，同理可求 $P(A_{t+1} D_{s+1})$

$\Rightarrow P(A_{t+1}D_{s+1} | A_t D_s)$ 為 $\frac{\text{紅色加總}}{\text{粉色加總}}$

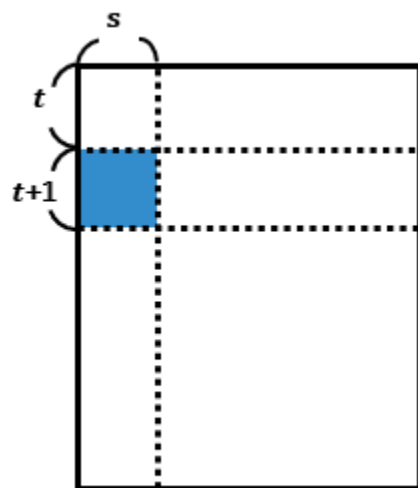


AI $\rightarrow$ ID



AI $\rightarrow$ DD

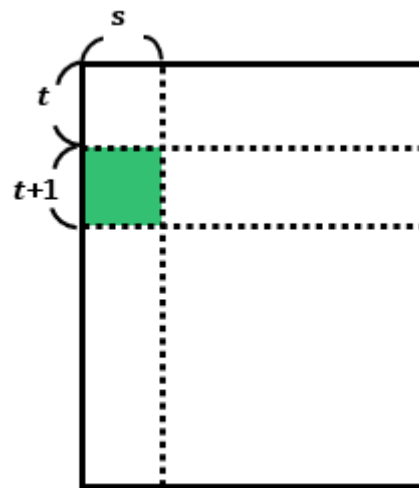
- $P(I_{t+1}D_{s+1} | A_t D_s)$



AI → ID

$$= \frac{\text{藍色加總}}{\text{粉色加總}}$$

- $P(D_{t+1}D_{s+1} | A_t D_s)$



AI → DD

$$= \frac{\text{綠色加總}}{\text{粉色加總}}$$

“給定DA之下”之轉換機率計算與”給定AD之下”同理，不再贅述

評價

- 解約策略(給定AA之下)

Value

Gain

被保險人若選擇解約，則可在償還Loan Balance且給付懲罰金後將房屋贖回。

$$VG_{t,n,o,i,p} = H_{t,n,i} - L_{t,n,o,AA_{t-1} \rightarrow AA_t} - Penalty_{t,n,o,AA_{t-1} \rightarrow AA_t}$$

Value

Loss

被保險人若選擇解約，則會失去未來年金、未來解約選擇權的現值以及未來進入長照中心所需要的成本

[illegible]

$$C_{u,AA} = \theta_{t,u} \cdot \max(VG_{t+1,n+1,*,i+1,AA}, VL_{t+1,n+1,*,i+1,AA}) + \theta_{t,d} \cdot \max(VG_{t+1,n+1,*,i,AA}, VL_{t+1,n+1,*,i,AA})$$

$$C_{u,p} = \theta_{t,u} \cdot VL_{t+1,n+1,*,i+1,p} + \theta_{t,d} \cdot VL_{t+1,n+1,*,i,p}$$

若VL>VG => 不解約

- Lender Loss 貸款人損失

$$\begin{aligned}
 LL_{t,n,o,i,a} = & \sum_{d \in S} P_{t,a_{t-1} \rightarrow d_t} \cdot \max\{L_{t,n,o,a_{t-1} \rightarrow d_t} - H_{t,n,i} + A_{t,a_{t-1} \rightarrow d_t}\} \\
 & + \sum_{b \in S} \sum_{n' \in N} \sum_{i' \in I} P_{t,a_{t-1} \rightarrow b_t} \cdot e^{-r_t \Delta t} \cdot p_{t,n'} \cdot \theta_{t,i'} \cdot LL_{t+1,n',o',i',b}
 \end{aligned}$$

狀態轉換機率 (合約終止之下) 假設前期AI, 這邊就會填AI→II.ID.DI.DD的機率
 合約終止
 合約繼續
 狀態轉換機率 (合約繼續之下) 假設前期AI, 這邊就會填AI→AI.AD的機率

若VL>VG => 不解約

- Lender Loss 貸款人損失

$$\begin{aligned}
 LL_{t,n,o,i,a} = & \sum_{d \in S} \text{合約終止} P_{t,a_{t-1} \rightarrow d_t} \cdot \max\{L_{t,n,o,a_{t-1} \rightarrow d_t} - H_{t,n,i} + A_{t,a_{t-1} \rightarrow d_t}\} \\
 & + \sum_{b \in S} \text{合約繼續} \sum_{n' \in N} \sum_{i' \in I} P_{t,a_{t-1} \rightarrow b_t} \cdot e^{-r_t \Delta t} \cdot p_{t,n'} \cdot \theta_{t,i'} \cdot LL_{t+1,n',o',i',b}
 \end{aligned}$$

狀態轉換機率 (合約終止之下) 累積貸款金額 - 房價 + 長照中心成本
 狀態轉換機率 (合約繼續之下) 利率漲跌機率 房價漲跌機率 下一期的期望貸款人損失

若VL>VG => 不解約

- Net Equity 房屋殘值

房價 - 累積貸款金額 - 長照中心成本

$$\begin{aligned}
 NE_{t,n,o,i,a} = & \sum_{d \in S} \text{合約終止} P_{t,a_{t-1} \rightarrow d_t} \cdot \max\{H_{t,n,i} - L_{t,n,o,a_{t-1} \rightarrow d_t} - A_{t,a_{t-1} \rightarrow d_t}\} \\
 & + \sum_{b \in S} \text{合約繼續} \sum_{n' \in N} \sum_{i' \in I} P_{t,a_{t-1} \rightarrow b_t} \cdot e^{-r_t \Delta t} \cdot p_{t,n'} \cdot \theta_{t,i'} \cdot NE_{t+1,n',o',i',b}
 \end{aligned}$$

若VL>VG => 不解約

- MIP 貸款保險
金

$$\begin{aligned}
 MIP_{t,n,o,b_{t-1} \rightarrow c_t} = & \quad \text{本期保費} \\
 & \pi \Delta t \frac{L_{t,n,o,b_{t-1} \rightarrow c_t} - m_{t,c} H_0 \Delta t - A_{t,b_{t-1} \rightarrow c_t}}{1 + \pi \Delta t} + \\
 & \sum_{b \in S} \text{合約繼續} \left\{ P_{t+1,a_t \rightarrow b_{t+1}} \cdot e^{-r_{t,n} \Delta t} \cdot \left[\begin{aligned} & p_u \left(MIP(L_{t+1,n+1,*,c_t \rightarrow d_{t+1}}) \right) \\ & + p_m \left(MIP(L_{t+1,n,*,c_t \rightarrow d_{t+1}}) \right) \\ & + p_d \left(MIP(L_{t+1,n-1,*,c_t \rightarrow d_{t+1}}) \right) \end{aligned} \right] \right\} \\
 & \quad \text{未來保費折現}
 \end{aligned}$$

若 $VL < VG \Rightarrow$ 解約，合約清算

- Lender Loss

$$\begin{aligned}
 & Value(LL_{t,n,o,i,AA} | \text{合約終止}) \quad \text{累積貸款金額} - \text{房價} + \text{長照中心成本} \\
 &= P_{t,AA_{t-1} \rightarrow II_t} \cdot \max\{L_{t,n,o,AA_{t-1} \rightarrow II_t} - H_{t,n,i} + A_{t,M} + A_{t,W}\} \\
 &+ P_{t,AA_{t-1} \rightarrow ID_t} \cdot \max\{L_{t,n,o,AA_{t-1} \rightarrow ID_t} - H_{t,n,i} + A_{t,M}\} \\
 &+ P_{t,AA_{t-1} \rightarrow DI_t} \cdot \max\{L_{t,n,o,AA_{t-1} \rightarrow DI_t} - H_{t,n,i} + A_{t,W}\} \\
 &+ P_{t,AA_{t-1} \rightarrow DD_t} \cdot \max\{L_{t,n,o,AA_{t-1} \rightarrow DD_t} - H_{t,n,i}\}
 \end{aligned}$$

- Net Equity

$$\begin{aligned}
 & Value(NE_{t,n,o,i,AA} | \text{合約終止}) \\
 &= P_{t,AA_{t-1} \rightarrow II_t} \cdot \max\{H_{t,n,i} - L_{t,n,o,AA_{t-1} \rightarrow II_t} - A_{t,M} - A_{t,W}\} \\
 &+ P_{t,AA_{t-1} \rightarrow ID_t} \cdot \max\{H_{t,n,i} - L_{t,n,o,AA_{t-1} \rightarrow ID_t} - A_{t,M}\} \\
 &+ P_{t,AA_{t-1} \rightarrow DI_t} \cdot \max\{H_{t,n,i} - L_{t,n,o,AA_{t-1} \rightarrow DI_t} - A_{t,W}\} \\
 &+ P_{t,AA_{t-1} \rightarrow DD_t} \cdot \max\{H_{t,n,i} - L_{t,n,o,AA_{t-1} \rightarrow DD_t}\}
 \end{aligned}$$

- MIP

$$MIP_{t,n,o,i,AA} = \pi \Delta t \cdot \frac{L_{t,n,o,AA_{t-1} \rightarrow AA_t} - mH_0 \Delta t}{1 + \pi \Delta t} + P_{t,AA_{t-1} \rightarrow AA_t} \cdot Penalty_{t,n,o,AA}$$

本期保費

解約需繳懲罰金

數值結果

• 參數設定

被保人投保年齡	60~100	投保年齡	75,80
身心障礙資料	衛生福利部 互動式指標查詢	總人口資料	中華民國內政部戶政司全球資訊網 人口統計資料庫
死亡人口資料	中華民國內政部戶政司全球資訊網 人口統計資料庫	期初房價	1000,0000
累積貸款金額代表點	5	每年切期數	1
房價波動度	0.45	利率波動度	0.0001
利率均值回歸率	0.037	房租率	0.02
房價利率相關係數	0.0252	保費率	0.0125
是否有期初保費	是(2.5%)	懲罰金比例	0%
進入長照機構所需費用	600000	預定利率	1.5%

- 房價波動度

房價波動度	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	結果
無解約選擇權	0.061356932	0.061319202	0.061052948	0.060505182	0.059623569	負相關
有解約選擇權	0.041777581	0.035565108	0.030325204	0.025935501	0.022267312	負相關

無論是否存在解約選擇權，房價波動度與可貸成數皆呈現**負相關**。

房價波動度越高，房價漲跌的幅度也會越大

房價 $\uparrow$ => NE $\uparrow$

房價 $\downarrow$ => LL $\uparrow$

結果顯示LL上升幅度>NE上升的幅度，造成房價波動度的結果為負相關。

有解約選擇權的case在房價波動度提高時，可貸成數下降幅度較無解約選擇權多，是因為借款人更容易在房價上漲時選擇解約，銀行損失的機率增加，使得銀行願意提供的可貸成數越來越少。

- 利率波動度

利率波動度	0.0001	0.0021	0.0041	0.0061	0.0081	結果
無解約選擇權	0.061052948	0.06103906	0.061011583	0.060969263	0.060910732	負相關
有解約選擇權	0.030325204	0.030321151	0.030316621	0.030312985	0.030310303	負相關

無論是否存在解約選擇權，利率波動度與總可貸成數皆呈現負相關。

利率波動度↑

=>更容易出現極端的高利率、低利率

=>銀行面臨較高的利率風險

=>願意給的總可貸成數降低

然而因極端利率出現的機率並不高，所以總可貸成數下降的幅度不大。

- 房價利率相關係數

房價利率相關係數	0.0252	0.0352	0.0452	0.0552	0.0652	結果
無解約選擇權	0.061052948	0.061053365	0.061053842	0.061054438	0.061054975	正相關
有解約選擇權	0.030325204	0.030331761	0.030337363	0.030344099	0.030354947	正相關

無論是否存在解約選擇權，房價利率相關係數與總可貸成數皆呈現正相關

房價利率相關係數↑

=>房價↑

=>銀行預期利益↑

=>願意給的總可貸成數↑

其中：

σ_H ：房價波動度

ρ ：房價利率相關係數

$X(t)$ ：使用CRR二元樹模擬與利率無關的隨機過程

$Y(t)$ ：使用Hull-White三元樹模擬與利率相關的隨機過程

$$\text{房價計算式：} H(t) = H(0) * \exp[\sigma_H \sqrt{1 - \rho^2} * X(t) + \sigma_H \rho * Y(t)]$$

隨著 ρ 越接近0， $X(t)$ 的係數會越大、 $Y(t)$ 的係數越小。

由於 $Y(t)$ 具有均值回歸的特性，所以當 ρ 越接近0， $X(t)$ 就會越大，

使得房價更容易出現極端點，銀行面臨風險增加，總可貸成數下降。

所以接著我們將房價利率相關係數區間控制在0附近觀察變化

房價利率相關係數	-0.05	-0.025	0	0.025	0.05
無解約選擇權	0.061055452	0.061053663	0.06105271	0.061052948	0.06105414
有解約選擇權	0.030341536	0.030325621	0.030316025	0.030325025	0.030340046

由上表可知，無論是否存在解約選擇權，總可貸成數最低點確實發生在房價利率相關係數為0的地方，且總可貸成數大致上從0的位置往左右對稱。

- 平均利率水準

平均利率水準	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	結果
無解約選擇權	0.055673391	0.058348566	0.061052948	0.063782483	0.066530555	正相關
有解約選擇權	0.028965503	0.029645711	0.030325204	0.031012803	0.031710714	正相關

無論是否存在解約選擇權，平均利率水準與總可貸成數呈現正相關。

由於利率與房價具有相關性，當平均利率水準上升，會影響到房價的drift term，造成房價間接上漲，銀行預期利益增加，使得總可貸成數上升。

在有解約選擇權的例子中，房價上漲可能導致借款人解約意願提高，但因為平均利率水準上升是間接導致房價上漲，借款人因房價上漲獲利的部分會低於借款人提前解約機率上升所損失的部分，因此借款人還是會選擇不履約，總可貸成數依然上升。

- 利率均值回歸率

利率均值回歸率	0.037	0.0375	0.038	0.0385	0.039	結果
無解約選擇權	0.061052948	0.061052948	0.061052948	0.061052948	0.061052948	不敏感
有解約選擇權	0.030325204	0.030325204	0.030325204	0.030325204	0.030325204	不敏感

無論是否存在解約選擇權，利率均值回歸率對總可貸成數均不敏感。

利率均值回歸率上漲時，利率漲跌的空間縮減，利率樹上每一期的節點數變少，然而除了每一期的節點數以外，並不會對利率的大小及趨勢造成影響，只會有計算上的微小誤差，因此利率均值回歸率對總可貸成數並沒有明顯的影響。

- 期初保費率

期初保費率	0.025	0.05	0.075	0.1	0.125	結果
無解約選擇權	0.061243922	0.062200278	0.0631589	0.064119369	0.065081805	正相關
有解約選擇權	0.02974984	0.031055063	0.03925249	0.042323619	0.042247206	正相關

無論是否存在解約選擇權， 期初保費率與總可貸成數皆呈現正相關。

期初保費率↑

=>貸款保險金↑、貸款人損失↑

然而貸款保險金增加的幅度大於貸款人損失， 因此期初保費率提高會使總可貸成數跟著上升。

- 保費率

保費率	0.0125	0.0225	0.0325	0.0425	0.0525	結果
無解約選擇權	0.061052948	0.063796073	0.067272335	0.07176891	0.077748388	正相關
有解約選擇權	0.030325204	0.030628473	0.030939132	0.03185603	0.032304794	正相關

無論是否存在解約選擇權，保費率與總可貸成數皆呈現正相關。

與期初保費率相同，保費率升高使得貸款保險金增加的幅度大於貸款人損失，因此保費率升高會使總可貸成數上升。

- 房租率

房租率	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	結果
無解約選擇權	0.061052948	0.056163102	0.051704019	0.047634512	0.043917567	負相關
有解約選擇權	0.030325204	0.031586856	0.03278783	0.033935815	0.035009712	正相關

在無解約選擇權時，房租率與總可貸成數呈現負相關。

房租率影響的是房價隨機過程中的 $\delta(t)$

房租率上升時，房價的drift term會下降，間接導致房價下降，因此總可貸成數降低。

$$d\ln H(t) = \left[r(t) - \delta(t) - \frac{1}{2} \sigma_H^2 \right] dt + \sigma_H dB_1(t)$$

加入解約選擇權之後，因房租率上升導致房價下降，使得借款人解約時獲得的利益變少，借款人解約的意願降低，總可貸成數升高。

- 懲罰金比率

懲罰金比率	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	結果
有解約選擇權	0.030325204	0.030325919	0.030326694	0.03032741	0.030328184	正相關

懲罰金比例與總可貸成數呈現正相關。

當懲罰金比例越高，代表借款人選擇解約時會付出較多的成本，導致解約意願降低，所以銀行會願意給予較高總可貸成數。

- 長照成本

長照成本	400000	500000	600000	700000	800000	結果
無解約選擇權	0.062060803	0.061650246	0.061243922	0.06084159	0.060441583	負相關
有解約選擇權	0.029901117	0.029825479	0.02974984	0.029674262	0.029598624	負相關

無論是否存在解約選擇權，長照中心成本與總可貸成數皆呈現負相關。

長照成本↑

=>累積貸款金額↑

=>貸款人損失↑ 房屋殘值↓

=>總可貸成數↓

- 預定利率

預定利率	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	結果
無解約選擇權	0.06101045	0.061052948	0.061093837	0.061133236	0.061171085	正相關
有解約選擇權	0.030316561	0.030325204	0.03033343	0.030341357	0.030348927	正相關

無論是否存在解約選擇權，預定利率與總可貸成數呈現正相關。

預定利率為計算長照成本的折現利率

當預定利率↑

=>長照成本的躉繳額↓

=>累積貸款金額↓

=>貸款人損失↓房屋殘值↑

=>銀行的預期利益↑

=>總可貸成數↑

結論

- 無論哪個參數，有解約選擇權的可貸成數皆小於無解約選擇權

房價波動度	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	結果
無解約選擇權	0.061356932	0.061319202	0.061052948	0.060505182	0.059623569	負相關
有解約選擇權	0.041777581	0.035565108	0.030325204	0.025935501	0.022267312	負相關
利率波動度	0.0001	0.0021	0.0041	0.0061	0.0081	結果
無解約選擇權	0.061052948	0.06103906	0.061011583	0.060969263	0.060910732	負相關
有解約選擇權	0.030325204	0.030321151	0.030316621	0.030312985	0.030310303	負相關
房價利率相關係數	0.0252	0.0352	0.0452	0.0552	0.0652	結果
無解約選擇權	0.061052948	0.061053365	0.061053842	0.061054438	0.061054975	正相關
有解約選擇權	0.030325204	0.030331761	0.030337363	0.030344099	0.030354947	正相關

平均利率水準	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	結果
無解約選擇權	0.055673391	0.058348566	0.061052948	0.063782483	0.066530555	正相關
有解約選擇權	0.028965503	0.029645711	0.030325204	0.031012803	0.031710714	正相關
利率均值回歸率	0.037	0.0375	0.038	0.0385	0.039	結果
無解約選擇權	0.061052948	0.061052948	0.061052948	0.061052948	0.061052948	不敏感
有解約選擇權	0.030325204	0.030325204	0.030325204	0.030325204	0.030325204	不敏感
期初保費率	0.025	0.05	0.075	0.1	0.125	結果
無解約選擇權	0.061243922	0.062200278	0.0631589	0.064119369	0.065081805	正相關
有解約選擇權	0.02974984	0.031055063	0.03925249	0.042323619	0.042247206	正相關
保費率	0.0125	0.0225	0.0325	0.0425	0.0525	結果
無解約選擇權	0.061052948	0.063796073	0.067272335	0.07176891	0.077748388	正相關
有解約選擇權	0.030325204	0.030628473	0.030939132	0.03185603	0.032304794	正相關

房租率	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	結果
無解約選擇權	0.061052948	0.056163102	0.051704019	0.047634512	0.043917567	負相關
有解約選擇權	0.030325204	0.031586856	0.03278783	0.033935815	0.035009712	正相關
長照成本	400000	500000	600000	700000	800000	結果
無解約選擇權	0.062060803	0.061650246	0.061243922	0.06084159	0.060441583	負相關
有解約選擇權	0.029901117	0.029825479	0.02974984	0.029674262	0.029598624	負相關
預定利率	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	結果
無解約選擇權	0.06101045	0.061052948	0.061093837	0.061133236	0.061171085	正相關
有解約選擇權	0.030316561	0.030325204	0.03033343	0.030341357	0.030348927	正相關
懲罰金比率	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	結果
有解約選擇權	0.030325204	0.030325919	0.030326694	0.03032741	0.030328184	正相關

2. 整理

	房價波動度	利率波動度	房價利率相關係數	平均利率水準	利率均值回歸率	期初保費率
無解約選擇權	負相關	負相關	正相關	正相關	不敏感	正相關
有解約選擇權	負相關	負相關	正相關	正相關	不敏感	正相關
	保費率	房租率	長照成本	預定利率	懲罰金比率	
無解約選擇權	正相關	負相關	負相關	正相關		
有解約選擇權	正相關	正相關	負相關	正相關	正相關	